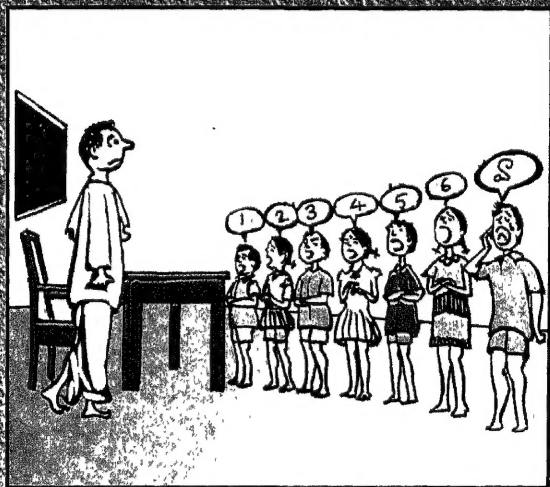






# మేథ మ్యాజిక్స్



ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి



# మేధమ్యాజిక్స్

ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి



వికలాంధ్ర ప్రజ్ఞావిగ్న ప్రాస్థానం  
విజ్ఞాన భవన్, 4-1-435 జ్యోతిర్ ప్రభుత్వ  
స్టేషన్ రోడ్ - 500 001.

ప్రచురణ నెం. : 2314  
ప్రతులు : 2000  
ప్రథమ ముద్రణ : సెప్టెంబరు, 1996  
ద్వితీయ ముద్రణ : మే, 1999  
తృతీయ ముద్రణ : నవంబరు, 2000  
చతుర్థ ముద్రణ : మే, 2002

© ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి

వెల: రూ.18-00

ప్రతులకు : విశాలాంధ్ర పబ్లిషింగ్ హౌస్  
అబిడ్స్, హైదరాబాద్-500 001.  
E-Mail: visalaandhrath@yahoo.com

విశాలాంధ్ర బుక్ హౌస్  
(అబిడ్స్/సుల్తాన్ బజార్) హైదరాబాద్,  
విజయవాడ, విశాఖపట్నం, గుంటూరు,  
అనంతపురం, తిరుపతి, హన్మకొండ,  
కాకినాడ.

ముద్రణ: విశాలాంధ్ర ప్రెస్, హైదరాబాద్. ఫోన్: 3222308

# కృతజ్ఞతలు

జీవితంలో నన్ను తీర్చిదిద్దిన మా తండ్రి గారు పూజ్యులు శ్రీ ఎన్. చిదంబర శర్మ, నా తల్లి స్వర్గీయ శ్రీమతి రామలక్ష్మి గారలకు నా కృతజ్ఞతా పూర్వక నమస్సుమాంజలులు.

“అంకెల గారడీలు” పేరుతో ప్రచురించి ప్రోత్సహించిన బాలరంజని, ఆంధ్రభూమి, ఆంధ్రప్రభ సంపాదకులకు నా కృతజ్ఞతలు.

ఈ “మేధమ్యాజిక్స్” పుస్తక రూపంగా వెలువడుటలో సలహాలు అందించిన శ్రీ పి.రాజేశ్వర రావు గారికే కృతజ్ఞతలు.

- ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి

## “మేధమ్యాజిక్స్” పుస్తకంపై ప్రముఖుల అభిప్రాయాలు

“మేధమేజిక్స్” పేరు చక్కగా వుంది. ఇక్కడ ఒకరిద్దరు టీచర్స్ నాకంటే ముందుచదివి చాలా అనందించారు.

తలనొప్పి దెచ్చు లెక్కల  
సులభముగ లేతమనసు - సోకెడిరీతిన్  
వెలయించితివి వినోదము  
కలగలిపితినందులోన - ఘనుడవుమియే!”

బాలబంధు, బాలసాహితీ సామ్రాట్ - కవి రావు (13-5-97).

మీ గణిత విజ్ఞానానికి సంబంధించిన ఇంద్రజాలరూపమైన చిన్ని అందమైన గ్రంథం చూడగానే అనందమవుతుంది. అందులోని అద్భుతమైన సూత్రీకరణ కూడా ముచ్చటవేస్తుంది. బాలురకు ఆసక్తి కలిగించే అటువంటి గ్రంథాలు వెలువర్చగల శక్తికలవారు మీరు. విశాలాంధ్ర పబ్లికేషన్స్ వారు ఇటువంటి చక్కటి పుస్తకాలు ప్రచురించి ఎంతో ఉపకారం చేస్తున్నారు.

- కీ||శే|| మసూనా, విశాఖపట్నం.

“నా స్నేహితులు చాలామందికి ఈ పుస్తకం కొని ప్రజంట్ చేశాను. పిల్లలు, పెద్దలు అందరూ చదువవలసిన అనేక విషయములలో కూడ గొప్ప పుస్తకం. అందరూ రచయితను పొగుడుతూవుంటే మా మాస్టారు అయినందుకు చాలా గర్వంగా వుంది.”

దేవి, హైదరాబాదు (24-3-97) - ఇంకా పూర్వవిద్యార్థినీవిద్యార్థులు.

“శర్మగారూ! లెక్కలంటే డొక్కలో నొప్పి అనే సామెతను లోకంలో తప్పించి విద్యార్థులకే కాదు గణిత శాస్త్రమునకే నూతనమైన వెలుగు బాటను సృష్టించినాడు మీ కుమారుడు. నా అభిప్రాయమును, నా ప్రత్యేక ఆశీస్సులు అతనికి అందింపుడు.”

కవికుమార్, ప్రశాంతి నిలయం, (20-2-1997).

## ఇందులో...

ప్రక్కప్రక్క సంఖ్యలలో ఒక తమాషా!	...	1
వర్గమూలమునకు ఒకటి కలిపితే!	...	1
రెట్టింపు లబ్ధానికి ప్రక్క సంఖ్య కలిపితే!	...	2
వరుస సంఖ్యల మొత్తములో ఒక విచిత్రం	...	3
కలిపినా, తీసివేసినా రెట్టింపు అవుతాయి	...	4
ఎప్పుడూ ముందు వెనుక సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం	...	5
సంఖ్య తప్పించి కలిపితే తమాషా	...	5
2 చే భాగింపబడే సంఖ్యల మొత్తములో తమాషా	...	6
ఐదు సంఖ్యలతో వందలు	...	6
ఒకటి నుండి రెట్టింపు చేసుకుంటే వచ్చే సంఖ్యలలో	...	7
తలచుకున్న సంఖ్య చెప్పడం		
9 చే భాగింపబడుతూ వుంటుంది	...	8
ఒకటి నుండి 3 రెడ్లు చేసుకుంటూపోతే వచ్చే సంఖ్యలలో	...	9
తలచుకున్నది చెప్పడం		
101 లో తమాషా చూడండి	...	10
తలచుకున్న సంఖ్య చెప్పడం	...	11
వరుస పది బేసి సంఖ్యలలో తమాషా	...	12
వర్గములలో తమాషా	...	12
అన్నీ ఒకే సంఖ్యలు	...	13
తలచుకున్న మూడు వరుస సంఖ్యలు చెప్పడం	...	14
వర్గముల కార్థానా!!	...	15
వర్గాల మూడు సంఖ్యల విచిత్రం	...	15
చిన్న సంఖ్య	...	16



విచిత్ర రూపం	...	17
అంకెల తమాషాలు	...	18
ప్రక్కప్రక్క సంఖ్యలలో తమాషా!	...	20
సంఖ్యల మొత్తానికి ఐదు రెట్లు	...	21
సంఖ్యలు వ్రాయడంలో తమాషా!	...	22
ఏది తీసుకుంటే దాని వర్గమే	...	23
వీలైన జంటలు	...	24
ముందు వెనుక సంఖ్యల తమాషా!	...	25
మూడు వరుస సంఖ్యలతో	...	25
కూడికలో తమాషా!	...	27
మధ్య సంఖ్యలో తమాషా!	...	27
రెండు వరుస సంఖ్యలలోని తమాషా చూడండి!	...	28
రెండుకు ముందు ఒకట్లు మాత్రమే వున్న సంఖ్యలలో	...	28
తమాషా		
మాస్టర్లు తొందరపడకండి!	...	29
అంకెల గారడీ	...	30
కలుపకుండా మొత్తం చెప్పేయ్యడం	...	33
మేధన్యాజిక్స్	...	33
తీసుకున్న అంకెకు ముందు సంఖ్యచే భాగించడం	...	34
రెళ్ళతో ఎనిమిది	...	34
376 లో తమాషా!	...	35
వీలైన కూడికలు	...	35
మీ తెలివిన పరీక్షించుకోండి!	...	36
మిగిలిన వారెవరు?	...	36
222 తమాషా!	...	37
అనుకున్న సంఖ్య	...	38
గుణకారంలో వీలైన	...	39

## ప్రక్క ప్రక్క సంఖ్యలలో ఒక తమాషా!

ఏ రెండు ప్రక్క ప్రక్క సంఖ్యలవైనా తీసుకోండి.  
వాటిని ఈ క్రింది విధంగా తమాషాగా వ్రాయగలం!

$$1 \times 2 = 1 \times 1 + 1$$

$$2 \times 3 = 2 \times 2 + 2$$

$$3 \times 4 = 3 \times 3 + 3$$

$$4 \times 5 = 4 \times 4 + 4$$

$$5 \times 6 = 5 \times 5 + 5$$

$$6 \times 7 = 6 \times 6 + 6$$

8,9 ప్రక్క సంఖ్యలు కదా!

$$8 \times 9 = 8 \times 8 + 8$$

$$8 \times 8 + 8 = 64 + 8 = 72$$

$$8 \times 9 = 72$$

సరిపోయింది కదూ!

మీరు మరికొన్ని వ్రాసి చూడండి.

## “వర్గమూలమునకు ఒకటి కలిపితే!”

ఒక విద్యార్థి నాకు గ్రీటింగ్స్ పంపిస్తూ  $1^2 3^2 3^2 1^2$  సంవత్సరం  
మీకు అన్ని విధాల బాగుండాలని కోరుకుంటున్నాను అని వ్రాశాడు.

$1^2 3^2 3^2 1^2$  ఏమిటి అని అడిగాడు ఒక మిత్రుడు.  $3^2$  అంటే  
 $3 \times 3 = 9$ . అందుచేత 1991ని ఈ విధంగా గమ్యత్తుగా వ్రాశాడు  
అన్నాను నేను. అ.... శుభాకాంక్షలలో కూడా లెక్కలేనా! అంటూ  
అశ్చర్యపడ్డాడు ఆ మిత్రుడు.

లెక్కలలో తల దూర్చాలేకాని రకరకాల ఆలోచనలలో మనిషిని  
ముంచుతూ ఆలోచనా విధానానికి ఒక శిక్షణ ఇస్తూ వుంటుంది. ఈ  
తమాషా చూడండి!

మేధమ్యాజిక్స్	1	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
---------------	---	------------------------------

“మీ ఇష్టంవచ్చిన ఒక సంఖ్య తలుచుకోండి. దానికి ఒకటి కలిపి వర్గం చేయండి. వచ్చిన ఫలితములోనుండి తలుచుకున్న సంఖ్యకు వాలుగురెట్లు తీసివేయండి” మీరు తలుచుకున్న సంఖ్య చెప్పగలం.

784 చెప్పారనుకోండి. మీరు తలుచుకున్నది 29. ఎలాగంటే చెప్పిన సంఖ్యకు వర్గమూలము తెలుసుకొని ఒకటి కలుపడమే!

784 వర్గమూలము 28. కనుక మీరు తలుచుకున్నది  $28+1 = 29$

తలుచుకున్న సంఖ్య 29. ఒకటి కలిపితే  $29+1 = 30$ .

వర్గం చేస్తే  $30 \times 30 = 900$ .

తలచిన సంఖ్యకి 4 రెట్లు  $29 \times 4 = 116$ .

తీసివేస్తే  $900-116 = 784$ .

సూత్రము: తలుచుకున్న సంఖ్య  $a = \sqrt{(a+1)^2 - 4a} + 1$

వెంటనే విధానం పోల్చుకోకుండా 20 కంటే పెద్ద సంఖ్యలను తలుచుకోమని అడగవచ్చు. వర్గముల పట్టిక మన దగ్గర వుండగా వుంచుకుంటే వెంటనే జవాబు చెప్పగలం. ఎదుటివ్వక్తి చేసుకుని చెప్పడానికి కొంత వ్యవధి పట్టినా మనం కొన్ని సెకండ్లలో జవాబు చెప్పవచ్చును.

వర్గముల పట్టిక

$17 \times 17 =$	$17^2 = 289$	$22^2 = 484$	$26^2 = 676$
	$18^2 = 324$	$23^2 = 529$	$27^2 = 729$
	$19^2 = 361$	$24^2 = 576$	$28^2 = 784$
	$21^2 = 441$	$25^2 = 625$	$29^2 = 841$

పై విధంగా తయారు చేసుకుని

99<sup>2</sup> వరకు వుంచుకుంటే సులభం.

“రెట్టింపు లబ్ధానికి ప్రక్క సంఖ్య కలిపితే!”

$1 \times 2 = 2$  ఈ లబ్ధానికి రెట్టింపు  $4+5 = 9 = 3 \times 3$

$2 \times 3 = 6$  ఈ లబ్ధానికి రెట్టింపు  $12+13 = 25 = 5 \times 5$

ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి	2	మేధమ్యాజక్స్
-------------------------------	---	--------------

ఇలాగే

$$\begin{array}{llll} 3 \times 4 = 12 & 24+25 = & 49 = & 7 \times 7 \\ 4 \times 5 = 20 & 40+41 = & 81 = & 9 \times 9 \\ 5 \times 6 = 30 & 60+61 = & 121 = & 11 \times 11 \\ 6 \times 7 = 42 & 84+85 = & 169 = & 13 \times 13 \end{array}$$

విచిత్రంగా ఉంది కదూ!

8 తీసుకుందాం.

$$8 \times 9 = 72; 72కి రెట్టింపు 144$$

$$144కి 145 కలిపితే 144+145 = 289 = 17 \times 17$$

ఏ రెండు వరుస సంఖ్యలైనా గుణించండి. వచ్చిన లబ్ధాన్ని రెట్టింపు చేసి దానికి ప్రక్క సంఖ్య కలపండి. ఫలితం ఒక వర్గ సంఖ్యగా మారిపోతూ వుంటుంది.

చాలా తమాషాగా వుంది కదూ!

కొంచెం పెద్ద సంఖ్య తీసుకుని చూద్దాం.....

$$19 తీసుకుంటే 19 \times 20 = 380; దీనికి రెట్టింపు 760$$

$$760+761 = 1521 = 39 \times 39 సరిపోయింది కదా!$$

## వరుస సంఖ్యల మొత్తములో ఒక విచిత్రం

మూడు వరుస సంఖ్యల మొత్తము (ఒకటి నుండి) 3 చేత భాగింపబడుతుంది.

$1+2+3 = 6$ . 6, 3 చేత భాగింపబడుతుంది కదా! ఇలాగే ఐదు వరుస సంఖ్యల మొత్తము 5 చేత భాగింపబడుతుంది.

$$1+2+3+4+5 = 15.$$

15, 5చే భాగింపబడుతుంది కదా!

ఏడు వరుస సంఖ్యల మొత్తము 7 చేత భాగింపబడుతుంది.

$$1+2+3+4+5+6+7 = 28.$$

28, 7చే భాగింపబడుతుంది కదా!

తొమ్మిది వరుస సంఖ్యల మొత్తము 9 చేత భాగింపబడుతుంది.

$1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$ , 45, 45 వే భాగింపబడుతుంది.  
నాలుగు వరుస సంఖ్యల మొత్తము 4వే భాగింపబడదు.

$1+2+3+4 = 10$

10, 4వే భాగింపబడదు కదా!

ఆరు వరుస సంఖ్యల మొత్తము 6వే భాగింపబడదు.

$1+2+3+4+5+6 = 21$ .

21, 6వే భాగింపబడదు.

విచిత్రంగా వుంది కదూ!

## ‘కలిపినా తీసివేసినా రెట్టింపు అవుతాయి’

ఏమీ లేని చోట అంతా వున్నట్లు భ్రమింపచేస్తుంది మ్యాజిక్. గణితం మాత్రం అంతా సవ్యంగా కనిపిస్తూ భ్రమలో ముంచుతూ వుంటుంది. చిన్న చిన్న విషయాల్లో గణించి లాగ భ్రమింపజేస్తూ వుంటాయి.

మీ ఇష్టం వచ్చిన రెండు సంఖ్యలు తలుచుకోండి. వాటి వర్గాల భేదము కనుక్కోండి. ఈ భేదాన్ని మీరు తలుచుకున్న సంఖ్యల మొత్తము చేత భేదము చేత విడివిడిగా భాగించి ఫలితములు చెప్పండి.

వీరు తలుచుకున్న సంఖ్యలు వెంటనే చెప్పగలం! 2, 12 అని ఫలితాలు చెప్పారనుకోండి. వీరు తలుచుకున్నవి 5, 7 అవుతాయి.

జవాబు చెప్పడం చాలా సులభం.

మీరుచెప్పిన ఫలితాలు కలిపితే మీరు తలుచుకున్న పెద్ద సంఖ్యకు రెట్టింపు. తీసివేస్తే చిన్న సంఖ్యకు రెట్టింపు. 12 ప్లస్ 2 కలిపితే 14 పెద్ద సంఖ్యకు రెట్టింపు అందుచేత తలుచుకున్న సంఖ్య  $14/2 = 7$ .  $12-2$  తీసివేస్తే 10 చిన్న సంఖ్యకు రెట్టింపు. అందుచేత తలుచుకున్న చిన్న సంఖ్య  $10/2 = 5$ .

మీరు తలుచుకున్నవి 5, 7

12, 2 ఎలాగ వచ్చాయి....?

5, 7 తలుచుకున్నారు గదా!

వీటి వర్గాల భేదము  $7^2 - 5^2 = 7 \times 7 - 5 \times 5 = 49 - 25 = 24$

$$\frac{\text{వరాల భేదము}}{\text{తలచుకున్న సంఖ్యల మొత్తం}} = \frac{24}{7+5} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\frac{\text{వరాల భేదము}}{\text{తలచుకున్న సంఖ్యల భేదం}} = \frac{24}{7-5} = \frac{24}{2} = 12$$

12,2 వచ్చాయి కదా

$$\text{సూత్రము: } \frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b : \frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$$

$a+b, a-b$ లు కలిపినా తీసివేసినా  $a$ కి ఒకసారి  $b$ కి ఒకసారి రెట్టింపు అవుతాయి.

## ఎప్పుడూ ముందు వెనుక సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం

2 కి రెట్టింపు	4	=	1+3
3 కి రెట్టింపు	6	=	2+4
4 కి రెట్టింపు	8	=	3+5
5 కి రెట్టింపు	10	=	4+6
6 కి రెట్టింపు	12	=	5+7
10 కి రెట్టింపు	20	=	9+11

ఒక సంఖ్యకి రెట్టింపు దాని ముందు వెనుక సంఖ్యల మొత్తానికి సమానం అవుతూ వుంటుంది. భలే గమ్యత్తుగా వుంది కదూ!

8 తీసుకుందాం.

8కి రెట్టింపు 16 కదా!

8కి ముందు సంఖ్య 7,- వెనుక సంఖ్య 9.

వీటిమొత్తం =  $7+9 = 16$  సరిపోయింది కదా.

## సంఖ్య తప్పించి కలిపితే తమాషా!

1,2,3 తీసుకో 2 తప్పించి కలిపితే

$$1+3 = 4 = 2 \times 2$$

1,2,3,4,5 తీసుకో 2,4 తప్పించి కలిపితే

$$1+3+5 = 9 = 3 \times 3$$

1,2,3,4,5,6,7లలో సంఖ్య తప్పించి సంఖ్య వ్రాసి కలిపితే

$$1+3+5+7 = 16 = 4 \times 4$$

ఇలాగే

$$1+3+5+7+9 = 25 = 5 \times 5$$

$$1+3+5+7+9+11 = 36 = 6 \times 6$$

$$1+3+5+7+9+11+13 = 49 = 7 \times 7$$

మీరు కూడా కొన్ని వరుస సంఖ్యలు ఒకటి నుండి వ్రాసి సంఖ్య తప్పించి సంఖ్య కలిపి చూడండి. ఖచ్చితముగు వర్గము వస్తూ వుంటుంది. తమాషాగా వుంది కదూ!

## 2వే భాగింపబడే సంఖ్యల మొత్తములో తమాషా!

2వే భాగింపబడే సంఖ్యలు

2,4,6,8,10,12,..... ఈ విధంగా వుంటాయి కదా! ఇవి వరుసగా మూడు సంఖ్యలు కలిపితే  $3 \times 4 = 12$  అవుతుంది.

$$2+4+6 = 12$$

ఇవి వరుసగా నాలుగు సంఖ్యలు కలిపితే  $4 \times 5 = 20$  అవుతుంది.

$$2+4+6+8 = 20$$

ఇవి వరుసగా ఐదు సంఖ్యలు కలిపితే  $5 \times 6 = 30$  అవుతుంది.

$$2+4+6+8+10 = 30$$

ఈ పాటికి మీరు గ్రహించే వుంటారు.

ఇవి ఆరు సంఖ్యలు వరుసగా కలిపితే  $6 \times 7 = 42$

ఇవి పది సంఖ్యలు వరుసగా కలిపితే  $10 \times 11 = 110$

$2+4+6+8+10+12+14+16+18+20 = 110$  తమాషాగా వుంది. కదూ!

రెండు చేత భాగింపబడే సంఖ్యలు రెండు నుండి వరుసగా తీసుకుని కలిపితే వాని మొత్తము - ఎన్ని కలిపేమో ఆ సంఖ్య దాని ప్రక్క సంఖ్య లబ్ధానికి సమానం.

ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి	6	మేధమ్యాజక్స్
------------------------------	---	--------------

మీరు కూడా మరికొన్ని తీసుకుని చేసి చూసి ఈ వింతలో  
సంతోషాన్ని అనుభవించండి!

## ఐదు సంఖ్యలతో వందలు

ఐదు వరుస సంఖ్యలు కలిపితే 100, 200, 300, 400.... ఇలాగ  
వచ్చేటట్లు సంఖ్యలు చెప్పగలరా!

18	38	58	78
19	39	59	79
20	40	60	80
21	41	61	81
22	42	62	82
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
100	200	300	400
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
98	118	138	
99	119	139	
100	120	140	
101	121	141	
102	122	142	
<hr/>	<hr/>	<hr/>	
500	600	700	
<hr/>	<hr/>	<hr/>	

తమాషాగా వుంది కదూ! మీరూ మరికొన్ని వ్రాయండి!

ఈ సంఖ్యలలో చివరి సంఖ్యలు ఎప్పుడూ 8,9,0,1,2 గానే  
వుంటున్నాయని గమనించారు కదూ!

ఒకటి నుండి రెట్టింపు చేసుకుంటే వచ్చే  
సంఖ్యలలో తలుచుకున్న సంఖ్య చెప్పడం!

ఒకటి నుండి సంఖ్యలను రెట్టింపు చేసుకుంటూ వ్రాస్తే  
1కి రెట్టింపు 2

మేధమ్యాజిక్స్	7	ఎన్.వి.ఆర్. సత్యనారాయణ మూర్తి
---------------	---	-------------------------------



2కి రెట్టింపు 4

4కి రెట్టింపు 8

8కి రెట్టింపు 16

వీటిని 1,2,4,8,16,32,64,128,256,....

ఇలాగ. ఎన్నయినా వ్రాయవచ్చును.

“వీటిలో మీరు ఒక సంఖ్య తలుచుకొండి. తలుచుకున్న సంఖ్యకు ముందు సంఖ్యల మొత్తం చెప్పండి. మీరు తలుచుకున్న సంఖ్య వెంటనే అలస్యం లేకుండా చెప్పగలం”.

7 చెప్పారని అనుకుందాం. వాళ్లు తలుచుకున్నది 8 అవుతుంది. 8 కి ముందు సంఖ్యలలో మొత్తం  $1+2+4 = 7$

దీనికి ఒకటి కలిపితే చాలు  $7+1 = 8$  సరిపోయింది కదా!

పై వరుస సంఖ్యలలో మీరు తలుచుకున్న సంఖ్యకు ముందు వున్న సంఖ్యల మొత్తానికి ఒకటి కలిపితే చాలు మీరు తలుచుకున్నది వచ్చేస్తుంది.

32 తలుచుకున్నారనుకోండి. దీనికి ముందు సంఖ్యల మొత్తం  $1+2+4+8+16 = 31$

దీనికి 1 కలిపితే  $31+1 = 32$

తమాషాగా వుంది కదా!

సంఖ్యలలో ఇటువంటి ధర్మాలు మధ్యమధ్యలో అవకాశం వచ్చినప్పుడు ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు తెలియజేస్తే వారికి గణితం నేర్చుకోవాలనే అభిరుచి తప్పక కలుగుతుంది. గణితాధ్యయనం పట్ల ఆసక్తి పెరుగుతుంది అనడంలో సందేహం లేదు. సామాన్య పాఠకుకులకు కూడా లెక్కలలో కనీస జ్ఞానం వుంటే ఇటువంటివి సులభంగా అర్థం అవుతాయి.

## “9 చే భాగింపబడుతూ వుంటుంది”

ఒక సంఖ్యను మీ ఇష్టము వచ్చిన దానిని తీసుకుని దానిలో నుండి దాని అంకెల మొత్తాన్ని తీసివేయండి. ఈ భేదము ఎప్పుడూ 9 చేత భాగింపబడుతూనే వుంటుంది.

రెండంకెల సంఖ్య తీసుకుందాం....

అది 78 అనుకుందాం—

ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి	8	మేధమ్యాజిక్స్
------------------------------	---	---------------

దీనిలో అంతెల మొత్తము  $7+8 = 15$  కదా!

78లో నుండి 15 తీసివేస్తే  $78-15 = 63$ .

63,9 చేత భాగింపబడుతుంది.

మూడంతెల సంఖ్య తీసుకుందాం.

అది 673 అనుకుందాం.

దీనిలోని అంతెల మొత్తం  $6+7+3 = 16$  కదా!

$673-16 = 657$

657, 9 చేత భాగింపబడుతోంది కదా!

$657/9 = 73$

ఈసారి ఏదో ఒక నాలుగంతెల సంఖ్య తీసుకుందాం.

అది 4328 అనుకుందాం.

దీనిలోని అంతెల మొత్తము  $4+3+2+8 = 17$  కదా!

4328లో నుండి 17 తీసివేస్తే  $4328-17 = 4311$

4311, 9 చేత భాగింపబడుతుంది.

మీరు కూడా ఈ విధంగా మీ ఇష్టం వచ్చిన సంఖ్యలను తీసుకుని  
~~చేసి చూడండి. ఈ తనూసా గురించి ఒకసారి ఆలోచించండి.~~

**ఒకటి నుండి 3 రెట్లు చేసుకుంటూ పోతే  
వచ్చే సంఖ్యలలో తలుచుకున్నది చెప్పడం!**

1కి 3 రెట్లు 3

3కి 3 రెట్లు 9

9కి 3 రెట్లు 27

27కి 3 రెట్లు 81

ఇలాగ చేస్తే

1,3,9,27,81,243,729....

ప్రశ్న : "ఒకటినుండి 3 రెట్లు పై విధంగా చేసుకుపోతూ వుంటే  
వచ్చిన సంఖ్యలలో మీరు ఒక సంఖ్యను తలుచుకోండి. దాని ముందు  
సంఖ్యల మొత్తం చెప్పండి. మీరు తలుచుకున్నది చెప్పగలం".

13 అని చెప్పారనుకోండి. మీరు తలుచుకున్నది 27. ఎందుకంటే  
27కు ముందు సంఖ్యల మొత్తం  $1 + 3 + 9 = 13$ .

తలుచుకున్న సంఖ్యకు ముందు సంఖ్యల మొత్తాన్ని రెట్టింపుచేసి ఒకటి కలిపితే చాలు మీరు తలుచుకున్న సంఖ్య వస్తుంది.

243 తలుచుకున్నారనుకోండి. దీనికి ముందు సంఖ్యల మొత్తం.

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121.$$

121కి రెట్టింపు 242. దీనికి ఒకటి కలిపితే  $242 + 1 = 243$ .

ఈ మేజిక్ ఇతరుల మీద ప్రయోగించి చూడండి.

ఇది ఛార్జ్ రూపంలో వేసి ప్రశ్నలు పోస్తే మరి అకర్షణీయంగా వుంటుంది.

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049,....

1	40	1093
3	81	2187
4	121	3280
9	243	6561
13	364	4141
27	729	19683
40	1093	29524

2187 తలుచుకున్నారనుకోండి. దానికి ముందు సంఖ్యల మొత్తం 729 వరకు పై పట్టికనుండి 1093 అని వాళ్ళే చెప్పతారు.

1093కి రెట్టింపు 2186. దీనికి 1 కలిపితే 2187 తలుచుకున్నారని చెప్పేయవచ్చును. మేజిక్ మరి రక్తి కడుతుంది.

## 101లో తమాషా చూడండి

101×12 = 1212	101×16 = 1616
101×21 = 2121	101×61 = 6161
101×13 = 1313	101×17 = 1717
101×31 = 3131	101×71 = 7171
101×14 = 1414	101×18 = 1818
101×41 = 4141	101×81 = 8181
101×15 = 1515	
101×51 = 5151	

విచిత్రంగా వుంది కదూ!

## తలచుకున్న సంఖ్య చెప్పడం!

**ప్రశ్న :** “ఒక సంఖ్య తలచుకోండి. దానిని అదే సంఖ్యచేత గుణించి వచ్చిన ఫలితానికి ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపు కలపండి! వచ్చిన మొత్తానికి ఒకటి కలుపండి”. ఎంత వచ్చిందో చెపితే మీరు తలచుకున్న సంఖ్యను సులభంగా చెప్పవచ్చును.

**జవాబు :** 225 అని ఒకరు చెప్పారు అనుకొందాం! వాళ్ళు తలచుకున్నది 14 అని చెప్పగలం!

ఎలాగ?

14 తలచుకున్నారు కదా!

దానిని దాని చేత గుణిస్తే  $14 \times 14 = 196$  ఆ సంఖ్య 14కు రెట్టింపు 28. ఫలితము 196కి 28 కలిపితే.

$196 + 28 = 224$ . దీనికి ఒకటి కలిపితే  $224 + 1 = 225$ . వాళ్ళు చెప్పిన సంఖ్య 225కు వర్గమూలము 15. దీనిలోనుండి 1 తగ్గిస్తే అంటే చివరకు చెప్పబడిన సంఖ్య వర్గ మూలములో నుండి ఒకటి తీసివేస్తే జవాబు వస్తుందన్నమాట.

మరొక ఉదాహరణ వేగంగా...

20 తలచుకున్నారు.  $20 \times 20 = 400$ , 20కి రెట్టింపు 40

$400 + 40 = 440$  దీనికి ఒకటి కలిపితే 441

441కి వర్గమూలము 21. కనుక మీరు తలచుకున్నది  $21 - 1 = 20$  అని చెప్పగలం.

ఒక తమాషా!

1,3,5,7,9,11,13,15... ఇలాగ ఎన్నయినా 2 కలుపుకుంటూ వ్రాయగలంకదా!

ఇక ఇవి ఒకదాని తరువాత ఒకటి క్రింది విధంగా కలుపుతూ వుంటే జరిగే మేజిక్ చూడండి.

$$0 + 1 = 1 = 1 \times 1$$

$$1 + 3 = 4 = 2 \times 2$$

$$\begin{aligned}
 4+5 &= 9 &= 3 \times 3 \\
 9+7 &= 16 &= 4 \times 4 \\
 16+9 &= 25 &= 5 \times 5 \\
 25+11 &= 36 &= 6 \times 6 \\
 36+13 &= 49 &= 7 \times 7
 \end{aligned}$$

**వరుస పది బేసి సంఖ్యలలో తమాషా!**

	1	91	991	9991
	3	93	993	9993
	5	95	995	9995
	7	97	997	9997
	9	99	999	9999
	11	101	1001	10001
	13	103	1003	10003
	15	105	1005	10005
	17	107	1007	10007
	19	109	1009	10009
మొత్తము	100	1000	10000	100000

**వర్గములలో తమాషా**

రెండు సంఖ్యలు కలుపగా వచ్చిన సంఖ్య యొక్క వర్గమూలము ఆ సంఖ్యల భేదమునకు సమానమయ్యేటట్లు సంఖ్యలు చెప్పగలరా?

ఈ క్రింది ఉదాహరణ చూస్తే మీకే బోధపడుతుంది.

$$3+1 = 4 \text{ వర్గమూలము } 2; \quad 3-1 = 2$$

దీనినే ' $\sqrt{\quad}$ ' వర్గమూలము గుర్తు అంటారు.

ఉపయోగించి వ్రాస్తే

$$\sqrt{3+1} = 3-1$$

ఇటువంటివి

$$\sqrt{6+3} = 6-3$$

$$\sqrt{10+6} = 10-6$$

$$\sqrt{15+10} = 15-10$$

$$\sqrt{21+15} = 21-15$$

$$\sqrt{28+21} = 28-21$$

$$\sqrt{36+28} = 36-28$$

$$\sqrt{45+36} = 45-36$$

ఇలాగ అంతు లేనన్ని వుంటాయంటే ఆశ్చర్యంగా వుంది కదూ!

పై ఫలితాలనుబట్టి “ప్రతి కచ్చితమగు వర్గ సంఖ్యను రెండు సంఖ్యల మొత్తముగా విడగొట్ట గలమనియు ఈ సంఖ్యల భేదము ఆ వర్గ సంఖ్య యొక్క వర్గమూలమగుననియు” సులభముగా గ్రహించగలము.

ఉదాహరణకు 576 తీసుకోండి.  $24 \times 24$  కనుక ఇది ఖచ్చితమగు వర్గ సంఖ్య.

$$\sqrt{300+276} = 300-276 = 24 \text{ సరిపోయింది కదూ?}$$

ఇలాగే ఇంకొకటి 400 తీసుకుందాం!

$$\sqrt{210+190} = 210-190 = 20 \text{ తమాషాగా వుంది కదూ?}$$

## అన్నీ ఒకే సంఖ్యలు

$$\begin{array}{r} 1+2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1+2+3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2+1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3+2+1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4+3+2+1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3+3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4+4+4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5+5+5+5 \\ \hline \end{array}$$

$$5+6+7+8+9$$

$$9+8+7+6+5$$

$$\begin{array}{r} 14+14+14+14+14 \\ \hline \end{array}$$

ఇలాగ ఎన్ని వరుస సంఖ్యలనైనా మళ్ళీ అవే సంఖ్యలను వెనుక నుండి ముందుకు మొదటి వాటి క్రింద వ్రాసి కలపండి మొత్తములో ఒకే సంఖ్య వస్తూ వుంటుంది. మీరు చేసి ఈ తమాషా చూసి ఆనందించండి!

## తలచుకున్న మూడు వరుస సంఖ్యలు చెప్పడం!

“ఏదైనా మూడు సంఖ్యలు వరుసగా తలచుకుని మూడుని అన్నేసి సార్లు గుణించి ఆ వచ్చిన లబ్ధాలు మూడు కలిపి చెప్పండి. మీరు తలచుకున్న సంఖ్యలు చెప్పగలం”

ఒకతను 1053 అని చెప్పాడు అనుకుందాం!

అతను 4,5,6 తలచుకున్నాడని చెప్పవచ్చును.

3ని నాలుగుసార్లు గుణిస్తే	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	= 81
ఐదుసార్లు గుణిస్తే	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	= 243
ఆరుసార్లు గుణిస్తే	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	= 729
కలిపితే		1053

సరిపోయింది కదా!

4,5,6 అని ఎలా చెప్పగలిగాము...

ఇలాగ చేస్తే లబ్ధాలు కలుపగా, వచ్చే ఫలితము ఎప్పుడూ 13 చేత భాగింపబడుతూ వుంటుంది. అందుచేత దానిని 13 చేత భాగించి వచ్చిన జవాబులో 3 ఎన్నిసార్లు వ్రాయబడిందో (గుణించబడిందో) కనుక్కుంటే అదే మన జవాబులో మొదటి అంకె.

1053ని 13 చేత భాగిస్తే.

$$1053/13 = 81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

అందుచేత 81లో 4 మూడులు వున్నాయి. కనుక, తలచుకున్నవాటిలో మొదటిది 4 మిగిలినవి 5,6. ఆ వరుస సంఖ్యలు 4,5,6.

3,4,5; 5,6,7 తలచుకుని ఈ విధంగా చేసి చూస్తే ఈ మేజిక్ మీకే బాగా బోధపడుతుంది.

## వర్గముల కార్కానా!!

11 నుండి 1 వ సంఖ్యను తీసుకున్నా ఈ క్రింది విధంగా చేస్తే ఎప్పుడూ ఒక ఖచ్చితమగు వర్గసంఖ్య తయారవుతూ వుంటుంది.

$$\begin{array}{lll}
 11 \times 1 + 25 = & 6 \times 6 & 16 \times 6 + 25 = 11 \times 11 \\
 12 \times 2 + 25 = & 7 \times 7 & 17 \times 7 + 25 = 12 \times 12 \\
 13 \times 3 + 25 = & 8 \times 8 & 18 \times 8 + 25 = 13 \times 13 \\
 14 \times 4 + 25 = & 9 \times 9 & 19 \times 9 + 25 = 14 \times 14 \\
 15 \times 5 + 25 = & 10 \times 10 & 20 \times 10 + 25 = 15 \times 15
 \end{array}$$

ఇలాగ ఇంకా ఎన్నయినా వ్రాయవచ్చును.

## వర్గాల మూడు సంఖ్యల విచిత్రం

1,6,8 - 2,4,9

ఈ సంఖ్యలను మామూలుగా చూస్తే ఏమీ కనిపించదు.

$$కానీ \quad 1^2 + 6^2 + 8^2 = 2^2 + 4^2 + 9^2$$

$$1^2 + 6^2 + 8^2 = 1 \times 1 + 6 \times 6 + 8 \times 8 = 1 + 36 + 64 = 101$$

$$2^2 + 4^2 + 9^2 = 2 \times 2 + 4 \times 4 + 9 \times 9 = 4 + 16 + 81 = 101$$

అమాషాగా వుంది కదూ!

$$ఇలాగే \quad 2 \times 2 + 7 \times 7 + 9 \times 9 = 3 \times 3 + 5 \times 5 + 10 \times 10$$

$$దీనివే \quad 2^2 + 7^2 + 9^2 = 3^2 + 5^2 + 10^2 \quad \text{అని రాస్తాము.}$$

$$3^2 + 8^2 + 10^2 = 4^2 + 6^2 + 11^2$$

$$4^2 + 9^2 + 11^2 = 5^2 + 7^2 + 12^2$$

$$5^2 + 10^2 + 12^2 = 6^2 + 8^2 + 13^2$$

పై వరుసలలో ఇది ఒక్కొక్కటిగా పెరుగుతూ వుండటం మరో విచిత్రం.

ఈ మేజిక్ కి మూల సూత్రం.

$$n^2 + (n+5)^2 + (n+7)^2 = (n+1)^2 + (n+3)^2 + (n+8)^2$$



ఇటువంటివి గణిత శాస్త్రాన్ని అందులో అంతే తమాషాలను తెలుసు కోవడంలోనూ ఆసక్తిని ఇనుమడింపజేసి విజ్ఞానాభివృద్ధికి తోడ్పడుతాయనడంలో సందేహం లేదు.

పై సూత్రాన్ని ఈ విధంగా భాషలో వ్రాసుకోవచ్చు. ఒక సంఖ్య తీసుకోండి. దానికి ఐదు, ఏడు విడివిడిగా కలిపి మరి రెండు సంఖ్యలు తయారు చేయండి. ఆ సంఖ్యతో ఇవి 3.

ఇలాగ 6 తీసుకుందాం.

$$6+5 = 11; 6+7 = 13. \text{ ఇవి } 6, 11, 13$$

ఆ సంఖ్యకు (మొదటి సంఖ్యకు) ఒకటి, మూడు, ఎనిమిది కలిపి మూడు సంఖ్యలు తయారుచేయండి.  $6+1 = 7$ ,  $6+3 = 9$ ,  $6+8 = 14$  అవి 7, 9, 14 ఇప్పుడు మొదటి 3 సంఖ్యల వర్గాల మొత్తము.

తరువాత 3 సంఖ్యల వర్గాల మొత్తమునకు సమానము.

$$\text{అంటే } 6^2 + 11^2 + 13^2 = 7^2 + 9^2 + 14^2$$

$$36+121+169 = 49+81+196 = 326$$

ఈ సూత్రం ఆధారంగా అవతలి వ్యక్తుల్ని ఆశ్చర్యపరచే ప్రశ్నలు కూడా తయారుచేసుకోవచ్చు.

## “చిన్న సంఖ్య”

రెండు వరుస సంఖ్యల లబ్ధములో నుండి చిన్న సంఖ్య వర్గము తీసి వేస్తే చిన్న సంఖ్య వస్తూ వుంటుంది. వింత అనిపిస్తోంది కదూ!

4, 5 రెండు వరుస సంఖ్యలు.

$$\text{వీటి లబ్ధము } 4 \times 5 = 20$$

$$\text{చిన్న సంఖ్య } 4 \text{ వర్గము } 4 \times 4 = 16$$

20లో నుండి 16 తీసివేస్తే  $20-16 = 4$  చిన్న సంఖ్య వచ్చేసింది కదూ!

7, 8 రెండు వరుస సంఖ్యలు. వీటి లబ్ధము  $7 \times 8 = 56$ .

$$\text{చిన్న సంఖ్య } 7 \text{ వర్గము. } 7 \times 7 = 49.$$

$$56-49 = 7 \text{ సరిపోయింది కదా!}$$

ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి	16	మేధమ్యాణ్స్
------------------------------	----	-------------

రెండు వరుస సంఖ్యల లబ్ధాన్ని చిన్న సంఖ్య మూడు సార్లు వచ్చేటట్లు అమర్చవచ్చు.

2,3 రెండు వరుస సంఖ్యలు.

వీటి లబ్ధము  $2 \times 3 = 6$  దీనిని  $2 \times 2 + 2$ గా వ్రాయవచ్చు. ఇది మరీ వింతగా వుంది కదూ!!

ఇలాగే

$$3 \times 4 = 3 \times 3 + 3$$

$$4 \times 5 = 4 \times 4 + 4$$

$$5 \times 6 = 5 \times 5 + 5$$

$$6 \times 7 = 6 \times 6 + 6$$

మరికొన్ని ఉదాహరణలు మీరు కూడా వేసుకుని చేసి చూసి అంతెలలో వింతలను గ్రహించి ఆనందించండి.

## విచిత్రరూపం

రెండు వరుస సంఖ్యలు గుణించగా వచ్చిన ఫలితాన్ని 3వేత గుణించి ఒకటి కలపండి. జవాబు చాలా విచిత్రమైన రూపంలోకి మారుతుంది.

తమాషా చూడండి!!

$$3 \times 2 \times 3 + 1 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2$$

$$3 \times 3 \times 4 + 1 = 4 \times 4 \times 4 - 3 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 4 \times 5 + 1 = 5 \times 5 \times 5 - 4 \times 4 \times 4$$

$$3 \times 5 \times 6 + 1 = 6 \times 6 \times 6 - 5 \times 5 \times 5$$

$$3 \times 6 \times 7 + 1 = 7 \times 7 \times 7 - 6 \times 6 \times 6$$

$$3 \times 7 \times 8 + 1 = 8 \times 8 \times 8 - 7 \times 7 \times 7$$

## అంకెల తమాషాలు

**1**

**2**

$$2 \times 2 - 3 = 3 - 2$$

$$3 \times 3 - 6 = 6 - 3$$

$$4 \times 4 - 10 = 10 - 4$$

$$5 \times 5 - 15 = 15 - 5$$

$$6 \times 6 - 21 = 21 - 6$$

$$7 \times 7 - 28 = 28 - 7$$

$$8 \times 8 - 36 = 36 - 8$$

$$9 \times 9 - 45 = 45 - 9$$

$$1 \times 10 - 55 = 55 - 10$$

$$9 \times 9 - 45 = 81 - 45 = 36$$

$$45 - 9 = 36 \text{ సరిపోయింది కదా!}$$

బాలబా!! పై పట్టికలు తమాషాగా వున్నాయి కదూ!

$$21 - 12 = 1 \times 9$$

$$31 - 13 = 2 \times 9$$

$$41 - 14 = 3 \times 9$$

$$51 - 15 = 4 \times 9$$

$$61 - 16 = 5 \times 9$$

$$71 - 17 = 6 \times 9$$

$$81 - 18 = 7 \times 9$$

$$91 - 19 = 8 \times 9$$

**3**

రెండు వరుస సంఖ్యలు తీసుకుంటే-

వీటి లబ్ధానికి పెద్దసంఖ్య కలిపితే పెద్ద సంఖ్య వర్గము వస్తూ వుంటుంది.

6,7 వరుస సంఖ్యలు కదా!

వీటి లబ్ధము  $6 \times 7 = 42$ . దీనికి పెద్ద సంఖ్య 7 కలిపితే  $42 + 7 = 49$ .

ఫలితము  $49 = 7 \times 7$  అంటే పెద్ద సంఖ్య వర్గమే కదా!

10,11 రెండు వరుస సంఖ్యలు.

వీటి లబ్ధము  $10 \times 11 = 110$ .

దీనికి పెద్దసంఖ్య 11 కలిపితే  $110 + 11 = 121$ .

$121 = 11 \times 11$  పెద్ద సంఖ్య వర్గము. తమాషాగా వుంది కదూ!

మరొకటి....

ఒక సంఖ్యకు ముందు వెనుక సంఖ్యలు వర్గము భేదము ఆ సంఖ్యకు నాలుగు రెట్లు వుంటూ వుంటుంది.

3 తీసుకుందాం!

దీనికి ముందు వెనుక సంఖ్యలు 2,4

వీటి వర్గముల భేదము =  $4 \times 4 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$  ఇది 3కు 4రెట్లు.

10 తీసుకోండి.

దీనికి ముందు వెనుక సంఖ్యలు 9,11.

వీటి వర్గముల  $9 \times 9 = 81$ ,  $11 \times 11 = 121$ .

వీటి భేదము  $121 - 81 = 40$  ఇది 10కి 4రెట్లు.

4

మొదటి చివరి అంకెలు సమానము కాకుండా మీ ఇష్టం వచ్చిన మూడంతల సంఖ్య తీసుకోండి. దానిని తిరగేసి వ్రాసి పెద్ద సంఖ్యలో నుండి చిన్న సంఖ్య తీసివేయండి.

జవాబు 99, 198, 297, 495, 594, 693, 792, 396 లలో ఏదో ఒకటి అయితీరుతుంది. ఇకపోతే ఒక్కొక్క మారు "0" (సున్న) కూడా రావటానికి అవకాశం ఉంది!

ఒక మూడంతల సంఖ్య 793

తిరుగవేసి వ్రాస్తే 397

తీసివేస్తే జవాబు 396

ఇంకొక మూడంతల సంఖ్య 234.

తిరుగవేసి వ్రాస్తే 432

పెద్ద సంఖ్యలో నుండి చిన్న సంఖ్య తీసివేస్తే  $432 - 234 = 198$ . ఇలాగే మరికొన్ని

962	625	431
269	526	134
693	099	297

ఎప్పుడూ ఆ ఎనిమిది సంఖ్యలలోనే జవాబులు వస్తున్నాయి. తమాషాగా వుంది. కదూ!

ఎప్పుడూ జవాబులోని మధ్య అంకె తొమ్మిదే వుంటోంది.  
జవాబులోని మొదటి చివరి అంకెలు కలిపితే ఎప్పుడూ తొమ్మిదే వస్తోంది. గమనించారు కదూ!

ఈ విశేషం ఆధారంగా తమాషా చేస్తూ వుంటారు.

పై చెప్పిన విధంగా ఒక మూడంకెల సంఖ్య తలుచుకో....దానిని తిరగవేసి పెద్ద సంఖ్యలోనుండి చిన్న సంఖ్య తీసెయ్యి. నీ జవాబులోని మొదటి అంకె చెప్ప..." అంటారు. మనం మొదటి అంకె చెప్పాగానే జవాబు చెప్పేస్తారు.

ఎలాగో తెలుసా?

743 తలుచుకున్నాం అనుకోండి.

347 తిరగవేసి వ్రాశాము.

396 జవాబు కదా!

మొదటి అంకె మూడు అని మనం చెప్పగానే 396 అని జవాబు చెప్పేస్తారు. మధ్యలో ఎప్పుడూ తొమ్మిది వస్తుంది కదా! మొదటి చివరి అంకెల మొత్తం తొమ్మిది కనుక తొమ్మిదిలోనుండి మొదటి అంకె తీసివేస్తే  $9-3 = 6$  చివరి అంకె అవుతుంది.

## ప్రక్క ప్రక్క సంఖ్యల తమాషా!

ఒక సంఖ్యను, దాని ప్రక్క సంఖ్యను ఒక్కొక్క దానిని మూడేసి సార్లు వ్రాసి గుణించి, వచ్చిన ఫలితముల భేదములో నుండి ఒకటి తీసి వేస్తే - జవాబు సంఖ్యల లబ్ధానికి 3 రెట్లు వుంటూ వుంటుంది.

4,5 ప్రక్క ప్రక్క అంకెలు కదా!

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$\text{భేదం: } 125 - 64 = 61$$

$$61 \text{ లో నుండి } 1 \text{ తీసివేస్తే } 60$$

$$4,5 \text{ ల లబ్ధానికి } 3 \text{ రెట్లు } = 4 \times 5 \times 3 = 60$$

10,9 ప్రక్క ప్రక్క సంఖ్యలు.

$$10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

$$\text{భేదము} = 1000 - 729 = 271$$

$$271\text{లో నుండి } 1 \text{ తీసి వేస్తే } 270$$

$$9, 10ల లబ్ధానికి 3 రెట్లు = 9 \times 10 \times 3 = 270$$

తమాషాగా వుంది కదూ!

## సంఖ్యల మొత్తానికి ఐదురెట్లు

భేదము ఐదుపుండేటట్లు రెండు సంఖ్యలు తీసుకోండి.. మొదటి సంఖ్య వర్గములో నుండి రెండవ సంఖ్య వర్గము తీసివేస్తే వచ్చే ఫలితము ఎప్పుడూ ఆ సంఖ్యల మొత్తానికి 5 రెట్లు వుంటూ వుంటుంది.

7,2ల భేదము 5 కదా! ఇవి తీసుకుందాం.

$$7 \text{ వర్గము } 7 \times 7 = 49$$

$$2 \text{ వర్గము } 2 \times 2 = 4$$

$$\text{ఈ వర్గముల భేదము} = 49 - 4 = 45$$

$$\text{ఆ సంఖ్యల మొత్తానికి 5 రెట్లు} = (7+2) \times 5$$

$$= 9 \times 5 = 45 \text{ సరిపోయింది కదా!}$$

$$9,4ల భేదము 5, (9-4 = 5)$$

$$9 \text{ వర్గము} = 9 \times 9 = 81$$

$$4 \text{ వర్గము} = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{ఈ వర్గముల భేదము} = 81 - 16 = 65$$

$$\text{ఆ సంఖ్యల మొత్తానికి 5 రెట్లు అనగా } (9+4) \times 5$$

$$= 13 \times 5 = 65$$

విచిత్రంగా వుంది కదూ!

దీనిని ఈ విధంగా వ్రాసుకోవచ్చు.

$$6 \times 6 - 1 \times 1 = (6+1) \times 5$$

$$7 \times 7 - 2 \times 2 = (7+2) \times 5$$

$$8 \times 8 - 3 \times 3 = (8+3) \times 5$$

$$9 \times 9 - 4 \times 4 = (9+4) \times 5$$

$$10 \times 10 - 5 \times 5 = (10+5) \times 5$$

# సంఖ్యలు వ్రాయడంలో తమాషా!

బాలబూ!!

ఈ క్రింది సంఖ్యలను చూడండి.

2,5,10,17,26,37...కొన్ని వ్రాశాము కదా!

ఇంకా తరువాత సంఖ్యలు వ్రాయడం ఎలాగ?

ఇటువంటివి తెలుసుకోవాలంటే గ్రహించాలి వీటి ఏర్పాటులోని తమాషా. చూడండి.

$$2 = 1 \times 1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$5 = 2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$10 = 3 \times 3 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$17 = 4 \times 4 + 1 = 16 + 1 = 17$$

$$26 = 5 \times 5 + 1 = 25 + 1 = 26$$

$$37 = 6 \times 6 + 1 = 36 + 1 = 37$$

తరువాతది ఎంతంటే మీరే చెప్పేయ్యగలరు.

$$7 \times 7 + 1 = 49 + 1 = 50$$

మరొకటి

2,6,12,20,30,42....

తరువాతది ఎలాగ వ్రాయడం?

గమనించండి ఈ క్రింది తమాషా

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$4 \times 5 = 20$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$6 \times 7 = 42$$

తరువాతది

$$7 \times 8 = 56 \text{ అని చెప్పేయ్యగలం కదూ!}$$

30+25ని మళ్ళీ దీని చేతనే గుణించి చూడండి!

$$(30+25) \times (30+25)$$

అనగా  $55 \times 55$  కదా!

$$55 \times 55 = 3025$$

$30+25$ లో అంకెలే వరుసగా వచ్చాయి.

తమాషాగా వుంది కదూ!

ఇలాగే-

$20+25$ ని దాని చేతనే గుణిద్దాం!

$$(20+25) \times (20+25)$$

$$= 45 \times 45 = 2025$$

విచిత్రంగా వుంది కదూ!

**ఏది తీసుకుంటే దాని వర్గమే!**

12 తీసుకుందాం

దీనికి 5 కలిపితే  $12+5 = 17$

5 తీసివేస్తే  $12-5 = 7$

$$17 \times 17 = 119$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$119+25 = 144 = 12 \times 12 \text{ తమాషా వుంది కదూ!}$$

10 తీసుకుందాం.

10కి 5 కలిపితే  $10+5 = 15$

5 తీసివేస్తే  $10-5 = 5$

$$15 \times 5 = 75$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$75+25 = 100 = 10 \times 10$$

ఒక సంఖ్యకి ఇష్టం వచ్చిన సంఖ్య కలిపండి. మళ్ళీ అదే సంఖ్య తీసివేయండి. వచ్చిన సంఖ్యలను గుణించి ఫలితానికి కలిపి తీసివేసిన సంఖ్య వర్గము కలపండి. మీరు తీసుకున్న సంఖ్య వర్గము వస్తూ వుంటుంది.

ఈ సారి 20 తీసుకుందాం.

20కి 10 కలిపితే  $20+10 = 30$

10 తీసివేస్తే  $20-10 = 10$

మేధవ్యాజ్ఞ్	23	ఎన్.వి.ఆర్ సత్యనారాయణ మూర్తి
-------------	----	------------------------------



వచ్చిన సంఖ్యల లబ్ధము  $30 \times 10 = 300$   
 కలిపి తీసివేసిన సంఖ్య వర్గము  $10 \times 10 = 100$   
 ఇప్పుడు  $300 + 100 = 400 = 20 \times 20$ .

ఈ సంవత్సరంలో 8-8-88 తారీకు వుం వుంది కనుక

88 తీసుకుందాం.

88కి 8 కలిపితే 96

8 తీసివేస్తే 80

వచ్చిన సంఖ్యల లబ్ధము  $96 \times 80 = 7680$

కలిపి తీసివేసిన సంఖ్య వర్గము  $8 \times 8 = 64$

$7680 + 64 = 7744$  ఈ సంఖ్య కూడా గమ్యత్తుగా వుంది.

$7744 = 88 \times 88$

## “వీల జంటలు”

6,3 తీసుకుందాం!

$6 \times 6 - 3 \times 3 = 36 - 9 = 27$

6,3 భేదము  $6 - 3 = 3$  కదా!  $3 \times 3 \times 3 = 27$

మరొక జంట 10,6

$10 \times 10 - 6 \times 6 = 100 - 36 = 64$

10,6ల భేదము  $10 - 6 = 4$ ,  $4 \times 4 \times 4 = 64$  తమాషాగా

వుంది కదా!

ఇంకా 15,10

16,15

28,21 తీసుకుని చేసి ఈ వీల చూడండి!

ఇటువంటి జంటల ఫలితాలు తమాషాగా కనిపిస్తాయి.

$3 \times 3 - 1 \times 1 = 2 \times 2 \times 2$

$6 \times 6 - 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3$

$10 \times 10 - 6 \times 6 = 4 \times 4 \times 4$

$15 \times 15 - 10 \times 10 = 5 \times 5 \times 5$

$21 \times 21 - 15 \times 15 = 6 \times 6 \times 6$

$28 \times 28 - 21 \times 21 = 7 \times 7 \times 7$

రెండు సంఖ్యల వర్గముల భేదము ఆ సంఖ్యల భేదాన్ని మూడుసార్లు వ్రాసి గుణిస్తే వచ్చే ఫలితానికి సమానం అయ్యేటట్లు సంఖ్యల జంటలు ఎన్నో వ్రాయగలం అంటే చింతే కదూ!

## ముందు వెనుక సంఖ్యల తమాషా!

ఒక సంఖ్యకు ముందు వెనుక సంఖ్యలు తీసుకుంటే వాటి వర్గముల భేదము ఎప్పుడు నాలుగు చేత భాగింపబడుతుందో వుంటుంది.

3కి ముందు వెనుక సంఖ్యలు 2,4 కదా!

$$2 \times 2 = 4$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$\text{వీని భేదము } 16 - 4 = 12$$

12,4 చేత భాగింపబడుతుంది.

5కి ముందు వెనుక సంఖ్యలు 4,6

$$4 \times 4 = 16$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$\text{వీని భేదము } 36 - 16 = 20$$

20,4 చే నిశ్శేషము భాగింపబడుతుంది.

8కి ముందు వెనుక సంఖ్యలు 7,9

$$7 \times 7 = 49$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$\text{వీని భేదము } 81 - 49 = 32$$

32, 4చే భాగింపబడుతుంది కదా!

మీరు కూడా మరికొన్ని చేసి ఈ వింత గమనించండి!

## “మూడు వరుస సంఖ్యలతో”

మూడు వరుస సంఖ్యలు తీసుకొండి.

మొదటి రెండు, చివరి రెండు గుణించి ఫలితాలను కలపండి. అది మధ్య సంఖ్య యొక్క వర్గానికి రెట్టింపు వుంటూ వుంటుంది.

6,7,8 తీసుకుందాం.

మొదటి రెండు సంఖ్యలు గుణితే  $6 \times 7 = 42$ .

చివరి రెండు సంఖ్యలు గుణితే  $7 \times 8 = 56$ .

ఫలితాలు కలిపితే  $42+56 = 98$ ...ఇదే మధ్య సంఖ్య వర్గానికి రెట్టింపు కావాలి కదా!

మధ్య సంఖ్య 7 వర్గము  $7 \times 7 = 49$

దీనికి రెట్టింపు  $49 \times 2 = 98$

సరిపోయింది కదా!

దీనినే ఈ విధంగా సూక్ష్మంగా వ్రాసుకోవచ్చు.

$$6 \times 7 + 7 \times 8 = 7 \times 7 \times 2$$

4,5,6 మూడు వరుస సంఖ్యలు కదా!

$$4 \times 5 + 5 \times 6 = 20 + 30 = 50$$

మధ్య సంఖ్య 5 వర్గానికి రెట్టింపు  $5 \times 5 \times 2 = 50$  సరిపోయింది కదా!

ఈ క్రింది విధంగా వ్రాసుకుంటే ఇంకా తమాషాగా వుంటుంది.

$$1 \times 2 + 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2$$

$$2 \times 3 + 3 \times 4 = 3 \times 3 \times 2$$

$$3 \times 4 + 4 \times 5 = 4 \times 4 \times 2$$

$$4 \times 5 + 5 \times 6 = 5 \times 5 \times 2$$

$$5 \times 6 + 6 \times 7 = 6 \times 6 \times 2$$

$$6 \times 7 + 7 \times 8 = 7 \times 7 \times 2$$

$$7 \times 8 + 8 \times 9 = 8 \times 8 \times 2$$

$$8 \times 9 + 9 \times 10 = 9 \times 9 \times 2$$

$$8 \times 9 + 9 \times 10 = 72 + 90 = 162$$

$$9 \times 9 \times 2 = 81 \times 2 = 162$$

విచిత్రంగా ఉంది కదూ!

## కూడికలో తమాషా!

1	101	10101
2	202	20202
3	303	30303
4	404	40404
5	505	50505
6	606	60606
7	707	70707
8	808	80808
9	909	90909
<hr/>		
45	4545	454545

బాలబా మీరు కూడా ఇటువంటివి మరికొన్ని తయారు చేసి చూడండి!

## మధ్య సంఖ్యలో తమాషా!

మూడు వరుస సంఖ్యలు గుణించి వచ్చిన జవాబుకి మధ్య సంఖ్య కలిపి చూడండి. ఫలితం మధ్య సంఖ్య మూడు సార్లు గుణించగా వచ్చిన దానికి సమానం అవుతుంది.

$$1 \times 2 \times 3 + 2 = 8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$2 \times 3 \times 4 + 3 = 27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 4 \times 5 + 4 = 64 = 4 \times 4 \times 4$$

$$4 \times 5 \times 6 + 5 = 125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$5 \times 6 \times 7 + 6 = 216 = 6 \times 6 \times 6$$

$$6 \times 7 \times 8 + 7 = 343 = 7 \times 7 \times 7$$

$$7 \times 8 \times 9 + 8 = 512 = 8 \times 8 \times 8$$

మధ్యాహ్నం	27	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
-----------	----	------------------------------

## రెండు వరుస సంఖ్యలలోని తమాషా చూడండి!

$$2 \times 2 - 1 \times 1 = 2 + 1$$

$$3 \times 3 - 2 \times 2 = 3 + 2$$

$$4 \times 4 - 3 \times 3 = 4 + 3$$

$$5 \times 5 - 4 \times 4 = 5 + 4$$

$$6 \times 6 - 5 \times 5 = 6 + 5$$

$$7 \times 7 - 6 \times 6 = 7 + 6$$

ఇలాగే ఎన్నయినా వ్రాయవచ్చును. తమాషాగా వుంది కదూ!

## “రెండుకు ముందు ఒకట్లు మాత్రమే” వున్న సంఖ్యలలో తమాషా!

రెండుకు ముందు ఒకట్లు వుంటే వాటిలో చిన్నది 12 కదా!

$$12 \times 1 = 12 = 11 + 1$$

$$112 \times 1 = 112 = 111 + 1$$

$$12 \times 2 = 24 = 22 + 2$$

$$112 \times 2 = 224 = 222 + 2$$

$$12 \times 3 = 36 = 33 + 3$$

$$112 \times 3 = 336 = 333 + 3$$

$$12 \times 4 = 48 = 44 + 4$$

$$112 \times 4 = 448 = 444 + 4$$

$$12 \times 5 = 60 = 55 + 5$$

$$112 \times 5 = 560 = 555 + 5$$

$$12 \times 6 = 72 = 66 + 6$$

$$112 \times 6 = 672 = 666 + 6$$

$$12 \times 7 = 84 = 77 + 7$$

$$112 \times 7 = 784 = 777 + 7$$

$$12 \times 8 = 96 = 88 + 8$$

$$112 \times 8 = 896 = 888 + 8$$

$$12 \times 9 = 108 = 99 + 9$$

$$112 \times 9 = 1008 = 999 + 9$$

తమాషాగా వుంది కదూ! ఇలాగే

112 తీసుకుందాం!

ఇంకా 1112, 11112 మొదలుగా సంఖ్యలు తీసుకుని ఈ విధంగా వ్రాసి చూడండి.

# “మాస్టర్స్ తొందరపడకండి!”

వర్గముల భేదముతో తమాషా!

‘ఎ’ స్క్వేర్ మైనస్ ‘బి’ స్క్వేర్ విలువ ‘ఎ’ మైనస్ ‘బి’ హోల్ క్యూబిక్ సమానం  $[a^2 - b^2 = (a - b)^3]$ . అంటే వెంటనే మాస్టరు పిల్లవాని దవడ మీద రెండు వడ్డిస్తారు. ఇది తప్పు అని.

ఈ సూత్రం అన్ని సంఖ్యలకు సరిపోకపోవచ్చును కాని ఈ సూత్రము సత్యమయ్యేటట్లు అంతులేని సంఖ్యల జతలు వున్నాయంటే ఎవరికైనా ఆశ్చర్యం కలుగకమానదు!

దీనినే ఒక చిక్కు ప్రశ్నగా ఈ విధంగా అడుగవచ్చు.

“రెండు సంఖ్యల వర్గముల భేదముల ఆ సంఖ్యల భేదమును మూడుసార్లు గుణించగా వచ్చు ఫలితమునకు సమానమయ్యేటట్లు సంఖ్యల జతలు చెప్పండి? ”

జవాబుకు ఈ క్రింది మ్యాజిక్ చూడండి!

$$6 \times 6 - 3 \times 3 = (6-3) \times (6-3) \times (6-3)$$

$$\text{దీనినే } 6^2 - 3^2 = (6-3)^3 \text{ అన్ని వ్రాస్తారు.}$$

$$\text{ఇదే విధంగా } 10^2 - 6^2 = (10-6)^3$$

$$15^2 - 10^2 = (15-10)^3$$

$$21^2 - 15^2 = (21-15)^3$$

$$28^2 - 21^2 = (28-21)^3$$

ఇలాగ ఎన్నయినా వ్రాసుకు పోవచ్చును. ఆ జతలు (6,3); (10,6); (15,10)....ఎన్నో

$$\text{అందుకే } a^2 - b^2 = (a-b)^3$$

అని ఎవరైనా అంటే ముందు ఆ పిల్లల్ని మందలించకుండా అన్ని సంఖ్యలకు సరిపోదు అని చెప్పాలి... వారికి బోధించాలి.... తప్పు ఇది తప్పురా...అంటే పై ఉదాహరణలను చూసి మాస్టర్లే తెల్లముఖం వేయవలసి వస్తూ వుంటుంది.

## అంకెల గారడీ

**1**

$0 \times 2 + 1 = 1 = 1 \times 1$	$5 \times 7 + 1 = 36 = 6 \times 6$
$1 \times 3 + 1 = 4 = 2 \times 2$	$6 \times 8 + 1 = 49 = 7 \times 7$
$2 \times 4 + 1 = 9 = 3 \times 3$	$7 \times 9 + 1 = 64 = 8 \times 8$
$3 \times 5 + 1 = 16 = 4 \times 4$	$8 \times 10 + 1 = 81 = 9 \times 9$
$4 \times 6 + 1 = 25 = 5 \times 5$	$9 \times 11 + 1 = 100 = 10 \times 10$

ఇలాగ ఎన్నయినా వ్రాయవచ్చు

**2**

5 తో ప్రారంభించి ప్రతి సంఖ్యకీ 3 కలుపుకుంటూ వ్రాస్తే 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26.... ఇలాగ ఎన్నైనా వ్రాయవచ్చును. 2తో ప్రారంభించి ప్రతి సంఖ్యకీ 5 కలుపుకుంటూ వ్రాస్తే 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37... ఇలాగ ఎన్నైనా వ్రాయగలం. ఇప్పుడు తమాషా చూడండి!

మొదటి వరుస సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్యను 5 చేత, రెండవ వరుస సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్యను 3 చేత గుణించి భేదము కనుక్కోండి. ఈ పద్ధతిలో తరువాత సంఖ్యలతో కూడా చేస్తే భేదం ఎప్పుడూ 19 వస్తుంది!

$5 \times 5 - 2 \times 3 = 25 - 6 = 19$	$8 \times 5 - 7 \times 3 = 40 - 21 = 19$
$11 \times 5 - 12 \times 3 = 55 - 36 = 19$	$14 \times 5 - 17 \times 3 = 70 - 51 = 19$
$17 \times 5 - 22 \times 3 = 85 - 66 = 19$	$20 \times 5 - 27 \times 3 = 100 - 81 = 19$

ఈ విధంగా ఎన్ని వ్రాసినా భేదము 19 రావడం చాలా విచిత్రంగా వుంది కదూ!

**3**

బాలలూ! 11కి 100కి మధ్యగలవి, 11 చేత భాగించబడేవి అయిన సంఖ్యలను వ్రాసి వాటిలో ఒక ప్రత్యేకతను గమనించండి.

$22 = 11 + 11$	$55 = 14 + 41$
$33 = 12 + 21$	$= 23 + 32$
$44 = 13 + 31$	$66 = 15 + 51$
$= 22 + 22$	$= 24 + 42$

$$77 = 16+61$$

$$= 25+52$$

$$= 34+43$$

$$88 = 17+71$$

$$= 26+62$$

$$= 35+53$$

$$99 = 18+81$$

$$= 27+72$$

$$= 36+63$$

$$= 45+54$$

4

రెండంతెల సంఖ్యలలో అంతెలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యలను అసలు సంఖ్యకు కలిపితే కచ్చితమగు వర్గము వస్తుంది. అటువంటివి చెప్పగలరా?

ఈ దిగువ సంఖ్యలు చూస్తే ఆ తమాషా వీకే బోధపడుతుంది.

$$29+92 = 121$$

$$47+74 = 121$$

$$38+83 = 121$$

$$56+65 = 121$$

(121 = 11×11 కనుక ఖచ్చితమగు వర్గము అవుతుంది)

5

1) అయిదు ఒకట్లు ఉపయోగించి 100 వచ్చేటట్లు చేయడం ఎలాగ?

$$111 - 11 = 100$$

2) ఐదుసార్లు 3 ఉపయోగించి నూరు వచ్చేటట్లు చేయడం తెలుసుకో వాలంటే కొంచెం గణిత జ్ఞానం కూడా కావలసి వుంటుంది.

$$33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100$$

$$33 \times 3 = 99 \text{ కదా! } \frac{3}{3} = 1, \text{ అందుచేత } 99 + 1 = 100 \text{ అవుతుంది.}$$

ఇది చాలా తమాషాగా వుంది కదూ!

3) అయిదు ఐదులను ఉపయోగించి నూరు వచ్చేటట్లు రెండు రకాలుగా వ్రాయవచ్చును.

$$5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5 = 100$$

$$(5 + 5 + 5 + 5) \times 5 = 100$$

4) ఐదు తొమ్మిదులను ఉపయోగించి 10 వచ్చేటట్లు వ్రాయడం వింతగా వుంటుంది.... గమనించండి.

మేధవ్యాజీకి	31	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
-------------	----	------------------------------



$$\frac{99}{9} - \frac{9}{9} = 10$$

$$11 - 1 = 10. \text{ అవుతుంది కదా!}$$

\* \* \*

అంతెలలోని చిత్ర విచిత్ర లక్షణాలు చూస్తూ వుంటే మనకు చాలా ఆశ్చర్యంగా వుంటుంది.

132, 253, 572, 792 మొదలగు సంఖ్యలలో మొదటి చివరి అంతెల మొత్తం మధ్య అంకెకి సమానంగా వుంది కదూ!

ఇటువంటి మూడంతెల సంఖ్యలన్నీ 11 చేత తగిపోతాయి.

$$1. \frac{253}{11} = 23$$

$$2. \frac{495}{11} = 45$$

**6**

1. ఏ మూడు వరుస సంఖ్యలైనా తీసుకోండి. మొదటి చివరి సంఖ్యల మొత్తములో సగము మధ్య సంఖ్య ఎప్పుడూ వుంటూ వుంటుంది.

7,8,9 మూడు వరుస సంఖ్యలు కదూ!

మొదటి చివరి సంఖ్యల మొత్తము  $7+9 = 16$ . ఇందులో సగము మధ్య సంఖ్య 8.

$$20,21,22లలో \quad 20+22 = 42లో \quad సగము \quad 21$$

ఇలా మీరు కొన్ని చేసి చూడండి.

2. మూడు బేసి అంతెలను ఉపయోగించి ఒకే అంకెగా వ్రాయాలి. అది సరిసంఖ్య కావాలి. ప్రయత్నించి చూడండి.

$5\frac{3}{3}$  అని తమాషాగా జవాబు చెప్పవచ్చును.

$5\frac{3}{3}$ ని అపక్రమ భిన్నంలోనికి మార్చినట్లు వ్రాస్తే

$$5\frac{3}{3} \rightarrow = \frac{15}{3} + \frac{3}{3} = \frac{18}{3} = 6 \text{ అవుతుంది. ఇది సరి సంఖ్యయే కదా!}$$

మరొకటి చూడండి...ఇదే విధంగా  $7\frac{3}{3} = 8$

ఇటువంటివి మీరు మరికొన్ని ప్రయత్నించండి!

3. ఒకే అంకెను వాలుగుసార్లు ఉపయోగించి 100 వచ్చేటట్లు చెయ్యవచ్చును. 99 $\frac{9}{9}$ . అయిదు సార్లంటే. 99 $\frac{9}{9}$ .

ఇలాగ  $\frac{99 \times 9 + 9}{9}$  ఈ జవాబు విచిత్రంగా వుంది కదూ!

$$\frac{99 \times 9 + 9}{9} = \frac{891 + 9}{9} = \frac{900}{9} = 100 \text{ సరిపోయింది కదూ!}$$

## కలుపకుండా మొత్తం చెప్పేయ్యడం

సంఖ్యకు సంఖ్యకు భేదం సమానంగా వుండేటట్లు ఎన్ని సంఖ్యలనైనా వరుసగా తీసుకోండి. వాటి మొత్తం సులభంగా చెప్పేయ్యగలం.

1,5,9,13,17,21,25ల మొత్తం కలుపకుండా ఎలాగ చెప్పడమో చూడండి.

ఈ ఏడు అంకెల మొత్తము =  $\frac{7 \times \text{మొదటి చివరి సంఖ్యల మొత్తము}}{2}$

మొదటి చివరి సంఖ్యల మొత్తం =  $1+25 = 26$  కదా

ఈ ఏడు అంకెల మొత్తము =  $\frac{7 \times 26}{2} = 91$

$1+5+9+13+17+21+25 = 91$  సరిపోయింది కదూ!

ఎక్కువగా సంఖ్యలు తీసుకుని చేసి చూడండి!

## మేధమ్యాజిక్స్

రాముకి 7 రూ.లు ఇచ్చాను. శేఖర్ కి 14 రూ. ఇచ్చాను. రవికి 21 రూ.లు ఇచ్చాను. అహమద్ కు 28 రూ.లు ఇచ్చాను. ఈ ప్రకారం పదిమందికి ఎంత ఇచ్చాను? మొత్తం కలుపకుండా చెప్పేస్తాను. పదిమందికీ కాదు ఎంతమందికైనా చెప్పేస్తాను అని ప్రశ్నలు వేసి గారడీలు చెయ్యవచ్చును

పదిమందికి ఇచ్చినది  $\frac{10 \times 11}{2} \times 7 = 385$ . అవతలి వాళ్ళు కలిపేలోపున ఎన్ని సంఖ్యల మొత్తమైనా ఈ విధానంలో త్వరగా చెప్పగలం. 100 అంకెలయితే కలిపేవారికి ఎంత టైము పడుతుందో! కలుపకుండా అతి సులభం!

మేధమ్యాజిక్స్	33	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
---------------	----	------------------------------

## తీసుకున్న అంకెకు ముందు సంఖ్యచే భాగించడం!

4కి ముందు సంఖ్య 3 కదా!

$$4 \times 4 = 16, 16 - 1 = 15, 3 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

$$4 \times 4 \times 4 = 64, 64 - 1 = 63, 3 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

5కి ముందు సంఖ్య 4 కదా!

$$5 \times 5 = 25, 25 - 1 = 24, 4 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

$$5 \times 5 \times 5 = 125 - 1 = 124, 4 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

7కి ముందు సంఖ్య 6.

$$7 \times 7 = 49, 49 - 1 = 48, 6 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

3కి ముందు సంఖ్య 2.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81, 81 - 1 = 80, 2 \text{ చేత భాగింపబడుతుంది.}$$

ఒక సంఖ్యను ఎన్నిసార్లుగానా వ్రాసి గుణించగా వచ్చిన లబ్ధిము  
లోంచి ఒకటి తీసివేస్తే వచ్చే ఫలితము ఎప్పుడూ తీసుకున్న సంఖ్యకు  
ముందు సంఖ్య చేత భాగింపబడుతూ వుంటుంది.

## రెళ్ళతో ఎనిమిది

ఒకే అంకెను వరుసగా 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 సార్లు  
ఉపయోగించి 8 అయ్యేటట్లు వ్రాయగలం చూడండి.

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$2 \times 2 \times 2 + 2 - 2 = 8$$

లేదా

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 8$$

$$\frac{22}{2} - 2 \frac{2}{2} = 8$$

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 8$$

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} + 2 \times 2 = 8$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2 \times 2 \times 2 + 2 - 2 = 8$$

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2 \times 2 \times 2}{2} + 2 \times 2 = 8$$

ఇలా  $2\frac{2}{2}$  అనగా  $\frac{6}{2} = 3$  అని తమాషాగా వ్రాయవచ్చును.

## 376లో తమాషా!

376ను ఎన్నిసార్లుగా వ్రాసి గుణించండి. చివరి మూడు అంకాలు మళ్ళీ మళ్ళీ 376 వస్తాయి.

$$376 \times 376 = 141376$$

$$141376 \times 376 = 53157376$$

ఎన్నిసార్లు గుణించినా చివర 376 వస్తోంది కదూ!

ఇటువంటిదే మరొక సంఖ్య 625

$$625 \times 625 = 390625$$

$$390625 \times 625 = 244140625$$

తమాషాగా వుంది కదూ!

## వింతకూడికలు

196	1996	19996
198	1998	19998
200	2000	20000
202	2002	20002
204	2004	20004
<hr/>	<hr/>	<hr/>
1000	10000	100000
<hr/>	<hr/>	<hr/>

ఐదు వరుస సంఖ్యల మొత్తం ఇలాగ అవుతోందని గమనించారు కదూ!

మేధవ్యాజిక్స్	35	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
---------------	----	------------------------------

## మీ తెలివిని పరీక్షించుకొండి!

$$\begin{aligned} 7 &= \frac{7}{9} (10-1) \\ 77 &= \frac{7}{9} (100-1) \\ 777 &= \frac{7}{9} (1000-1) \\ 7777 &= \frac{7}{9} (10000-1) \end{aligned}$$

ఇవి చూశారు కదా! ఇలాగ ఎన్నయినా వ్రాయవచ్చును. ఇప్పుడు పై విధంగా వ్రాయాలంటే 55 ని ఎలాగ వ్రాస్తారు? 88888ని ఎలాగ వ్రాస్తారు?

జవాబు :

$$55 = \frac{5}{9} (100-1); 88888 = \frac{8}{9} (100000-1)$$

## మిగిలిన వారెవరు?

క తరగతిలోని విద్యార్థులందరూ ప్రయోగశాలకి వెళ్లారు. తిరిగి వచ్చేటప్పుడు నలుగురు ప్రయోగశాలలో ఉండిపోయారు. ఉండిపోయిన వారిని వరుస నెంబర్లు వారి నాలుగు నెంబర్లు కలిపి వచ్చిన మొత్తానికి రెండు కలిపితే 76 వచ్చింది.

తరగతిలో ఆ నలుగురి వరుస నెంబర్లు చెప్పకోండి!

జవాబు:

నాలుగు వరుస సంఖ్యల మొత్తానికి రెండు కలిపి నాలుగు చేత భాగిస్తే ఎప్పుడూ 3వ సంఖ్య వస్తూ ఉంటుంది.

76ను 4చేత భాగిస్తే 19. ఇది మూడవ నెంబరు అందుచేత ప్రయోగశాలలో ఉండిపోయిన వారి నెంబర్లు 17, 18, 19, 20 ఉదాహరణ....

9, 10, 11, 12 నాలుగు వరుస సంఖ్యలు కదా!

వీటి మొత్తం 42కు 2 కలిపితే 44. 44 ను 4 చేత భాగిస్తే 11. ఇది మూడవ సంఖ్య.

అంతెలలో ఈ వింత మరికొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా సరిచూసుకోండి!

ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి	36	మేధమ్యాజిక్స్
------------------------------	----	---------------

ఈ పజిల్ కు సూత్రం :

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + 2 = 4(x + 2)$$

## 222 తమాషా!

చేతిలో జామపండ్లు పట్టుకుని చిన్నా ప్రవేశించాడు.

చిన్నీ... చిన్నీ... ఓ చిన్నీ!

వస్తున్నా!... వస్తున్నా!... చిన్ని వచ్చింది. ఈ పండ్లు తీసుకో! అమె చేతిలో ఒక పుస్తకం ఉంది. దాని పేరు: 222 కథలు.

చిన్నీ ఈ పండ్లు తీసుకో! 222 చూస్తూ ఉంటే నా కాక విషయం జ్ఞాపకం వస్తోంది. పుస్తకం పెన్ను పట్టుకురా.

చిన్ని పండ్లు తీసుకుని లోపలకు వెళ్లి పుస్తకం, పెన్ను పట్టుకు వచ్చింది.

నీ ఇష్టం వచ్చిన మూడు అంకెలు సున్నా కాకుండా పది లోపల అనుకో. వాటితో నువ్వు రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలు రాయ. ఆ సంఖ్యలను కలిపి వచ్చిన మొత్తాన్ని నువ్వు తలుచుకున్న అంకెల మొత్తము చేత భాగించు 222 వస్తుంది.

చిన్ని 4, 3, 5 అనుకున్నాననుకో...

వీటితో రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలు. అనుకుంటూ కాగితంపై ఇలాగ చేసింది.

435	2664 ని 12 చేత భాగిస్తే
453	12) 2664 (222
354	24
345	26
543	24
534	24
	24
వీటి మొత్తం 2664	24
	0
అనుకున్న అంకెల మొత్తము	
4 + 3 + 5 = 12	222 వచ్చింది.

చిన్నా! తమాషాగా ఉందికదరా!

సూత్రం:  $x, y, z$  లు. ఆ మూడు అంకెలు అనుకుంటే ఆ సంఖ్యల మొత్తం  $(x+y+z)$  222 అవుతుంది.

## అనుకున్న సంఖ్య

ఆ రోజు వ్యాయామం నేర్చే ఉపాధ్యాయుని బడికి రాలేదు. అందుచేత ఆ సమయంలో కల్పన అటవ్ఫలంలో కూర్చుని ఏదో వ్రాసుకుంటోంది. అక్కడికి ఆమె మిత్రురాలు దీప వచ్చింది.

దీప: కల్పనా! ఏమిటి రాస్తున్నావు

కల్పన: నేను అంకెలలో ఒక తమాషా కనిపిస్తే పరిశీలిస్తున్నాను.

దీప: ఏమిటది?

కల్పన: చెబుతాను. పుస్తకం తీసుకొని నేను చెప్పినట్లు చెయ్యి.

దీప: (పుస్తకం పెన్ను తీసుకొని) చెప్పు.

కల్పన: ఒకటి నుండి వరుసగా నీ ఇష్టం వచ్చినన్ని అంకెలను బేసి సంఖ్యలో వుండేటట్లు తీసుకో. వాటిని కలిపి ఆ మొత్తాన్ని ఆ సంఖ్యల చేత భాగించు.

ఎంత వచ్చిందో చెప్పు.

దీప: (కొంతసేపు చేసి) 4 వచ్చింది.

కల్పన: అయితే నువ్వు తలుచుకున్న సంఖ్యలు ఏడు.

దీప: సరిగ్గా చెప్పావు. ఆశ్చర్యంగా వుందే ఎలాగ చెప్పగలిగేవు?

కల్పన: బేసి సంఖ్యలో

వరుసగా 1,2,3,4,5,6,7, తీసుకున్నావు కదా!

వీటి మొత్తము  $1+2+3+4+5+6+7 = 28$  ఈ మొత్తాన్ని వాటి సంఖ్య 7 చేత భాగిస్తే  $= 28 \div 7 = 4$

ఈ నాలుగుని రెట్టింపు చేసి ఒకటి తగ్గిస్తే  $8-1 = 7$  అంకెలు తలుచుకున్నావని చెప్పాను.

దీప: చెప్పిన సంఖ్యను రెట్టింపు చేసి ఒకటి తగ్గిస్తే అంతెల సంఖ్య వచ్చేస్తుందన్న మాట.

కల్పన: అవును. నేను చేసినవి చూడు నీకే బోధపడుతుంది. (తన పుస్తకం చూపుతుంది) దీప చూస్తోంది. అందులో.

తలుచుకోవలసిన సంఖ్యల సంఖ్య 1,3,5,7,9...ఇలాగ వుండాలి, ఇవి బేసి సంఖ్యలు. వరుసగా 5 సంఖ్యలు తలుచుకుని మొత్తం చేస్తే  $1+2+3+4+5 = 15$ .

సంఖ్యల సంఖ్య చేత భాగిస్తే తలుచుకున్న  $\frac{15}{3} = 3$ . 3 రెట్టింపు ఆరు ఇందులో నుండి 1 తీసివేస్తే  $6-1 = 5$  అంతెలు తలుచుకున్నట్లు.

దీప: కల్పనా నువ్వు కనిపెట్టిన విషయం చాలా వింతగా వుంది. మన టీచరు స్వరాజ్యలక్ష్మి గారి దగ్గరకు వెళదాం! ఈ వింత చూపిద్దాం పద!

## గుణకారంలో వింతలు

$$7 \times 7 = 49$$

$$67 \times 67 = 4489$$

$$667 \times 667 = 444889$$

$$6667 \times 6667 = 44448889$$

ఇంకా ఇలాగ చేసి చూడండి!

$$6 \times 7 = 42$$

$$66 \times 67 = 4422$$

$$666 \times 667 = 444222$$

$$6666 \times 6667 = 44442222$$

ఇది మరీ విచిత్రంగా వుంది కదూ!

చివరకు అన్నీ ఎనిమిదులే!

$$1 \times 9 - 1 = 8$$

$$21 \times 9 - 1 = 188$$

మేధమ్యాజిక్స్	39	ఎన్.వి.ఆర్.సత్యనారాయణ మూర్తి
---------------	----	------------------------------



$$321 \times 9 - 1 = 2888$$

$$4321 \times 9 - 1 = 38888$$

$$54321 \times 9 - 1 = 488888$$

$$654321 \times 9 - 1 = 5888888$$

$$7654321 \times 9 - 1 = 68888888$$

$$87654321 \times 9 - 1 = 788888888$$

$$987654321 \times 9 - 1 = 8888888888$$

★ ★ ★



## రచయిత గురించి



ఎన్.వి.ఆర్. సత్యవారాయణ మూర్తి, M.A., B.Sc., B.Ed., 25-11-1943న విశాఖపట్నం జిల్లా పెనుగొల్లులో జన్మించారు. వీరు రాసిన కథలు, గేయాలు, వ్యాసాలు 900కు పైగా ప్రసిద్ధ తెలుగు పత్రికలన్నింటిలోనూ ప్రచురింపబడ్డాయి. 1982లో విజయనగరం జిల్లా స్థాయిలోను, 1987లో రాష్ట్ర స్థాయిలోను ఉత్తమ ఉపాధ్యాయునిగా అవార్డులు అందుకున్నారు. 1988లో “బాల సాహిత్యనుప్రష్ట” బిరుదును పొందారు.

వీరు రాసిన గణిత విజ్ఞాన కథలను “మాట్లాడే అంకెలు” అనే పేరుతో ఆంధ్రప్రదేశ్ బాలల అకాడమీ పుస్తకంగా 1991 నుండి నాలుగు సార్లు ప్రచురించింది.

అకాశవాణి విశాఖపట్నం వారు చిన్నపిల్లలకోసం ప్రసారం చేసిన ‘చిలక పలుకులు’ కార్యక్రమానికి కొన్ని కథలు, పాటలు రాశారు.

ఆంధ్రపత్రిక వారి బాలరంజనిలో ‘గామా’ అనే కలంపేరుతో ‘అంకెల గారడీ’ అనే శీర్షికలో అంకెలలో రకరకాల తమాషాలు తెలియజేశారు.

1990లో వెలువడిన ‘రెఫరెన్స్ ఆసియా’ పుస్తకంలోనూ, 1994లో వెలువడిన ‘ఇండో ఆమెరికన్ హూ ఈజ్ హూ’ పుస్తకంలోనూ వీరి బయోగ్రఫికల్ నోట్ చోటు చేసుకుంది.

“విశాఖపట్నం కె.సోమేశ్వరరావు సాహితీ ఫ్రస్ట్” 10-9-1995న వీరికి ఉత్తమ ఉపాధ్యాయునిగా, బాలల కథారచయితగా అవార్డు ప్రధానం చేశారు.

ఆంధ్రప్రభ దినపత్రిక అనుబంధం చిన్నారిలో వీరు రాసిన ‘అంకెల వింతలు’ సుమారు 200కు పైగా వెలువడ్డాయి.

విజయనగరం జిల్లాలో గణిత ఉపాధ్యాయునిగా ప్రసిద్ధులైన వీరు బొబ్బిలి సంస్థానం ఉన్నత పాఠశాల నుండి ప్రధానోపాధ్యాయునిగా 30-11-2001న పదవీ విరమణ చేశారు.

బొబ్బిలి విజ్ఞాన వివర్ధినీ పరిషత్తు ప్రధాన కార్యదర్శిగా, శ్రీకళాభారతి సాహిత్య విభాగ కార్యదర్శిగా పనిచేశారు. బొబ్బిలి విజ్ఞాన వివర్ధినీ పరిషత్ వారు బాలల కథారచయితగా వీరిని 8-2-97న సన్మానించారు.

**బాలల కోసం వీరి రచనలు**

**వివిధ పత్రికలలో ఇంకా ఎన్నో- ఎన్నెన్నో! ...**

